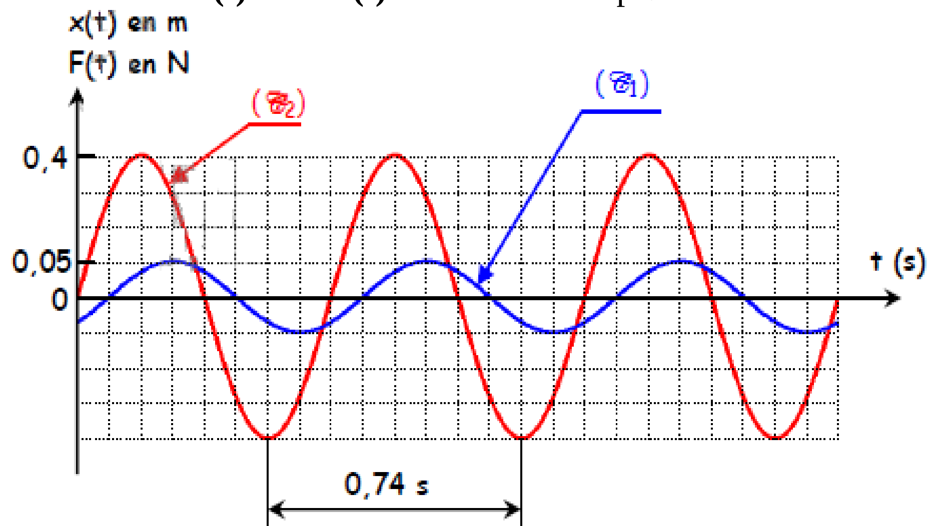
Mécanique

Exercice N° - 1 -

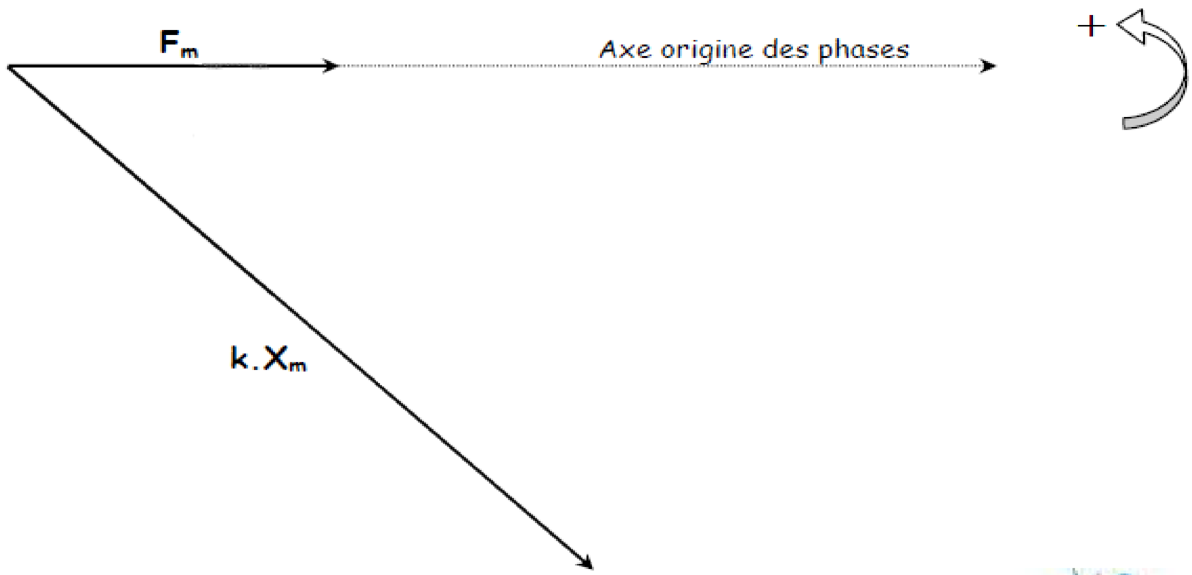
Un oscillateur est formé d'un ressort **(R)** de constante de raideur **k = 20 N.m^{-1}** et d'un solide **(S)** de masse **m.** Le solide **(S)** est soumis à l'action de forces de frottement visqueux dont la résultante est de la forme $\vec{f}$= **-h.** $\vec{v}$ où **h** est une constante positive et à l'action d'une force excitatrice de la forme $\vec{F}$= **F$_{max}$ sin (ω.t).** $\vec{i}$ exercée à l'aide d'un dispositif approprié. Ainsi, à tout instant **t**, l'élongation **x** de **G,** sa dérivée première $\frac{dx}{dt}$ et sa dérivée seconde $\frac{d^2x}{dt^2}$ vérifient la relation **(1)** : $kx + h\frac{dx}{dt} + m\frac{d^2x}{dt^2} = F_{max}\sin(\omega.t)$ dont la solution est : $x(t) = X_{max}.\sin(\omega t + \varphi_x)$. La **figure -4-** représente les variations des valeurs de **x(t)** et de **F(t)** au cours du temps.

Figure -4-



1°) Montrer, en le justifiant, que la courbe **(C$_1$)** correspond à **x(t).**
2°) En exploitant la **figure** -4-, établir les expressions de **F(t)** et de **x(t).**
3°) Sur la **figure – 5 –,** à remplir et à remettre avec la copie, sont représentés les vecteurs de Fresnel associés aux fonctions **k.x(t)** et **F(t).**

Figure 5



a) Compléter la construction de Fresnel relative à l'équation **(1)** en traçant sur la **figure -5-** et dans l'ordre suivant les vecteurs correspondant respectivement aux fonctions **h** $\frac{dx}{dt}$ et **m** $\frac{d^2x}{dt^2}$ n prenant pour échelle : **10 cm → 1 N** .

b) Déduire à partir de cette construction les valeurs de **m** et de **h.**

4°)

a) A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer l'expression de X_m en fonction de F_{max}, **h**,ω, **k** et **m.**

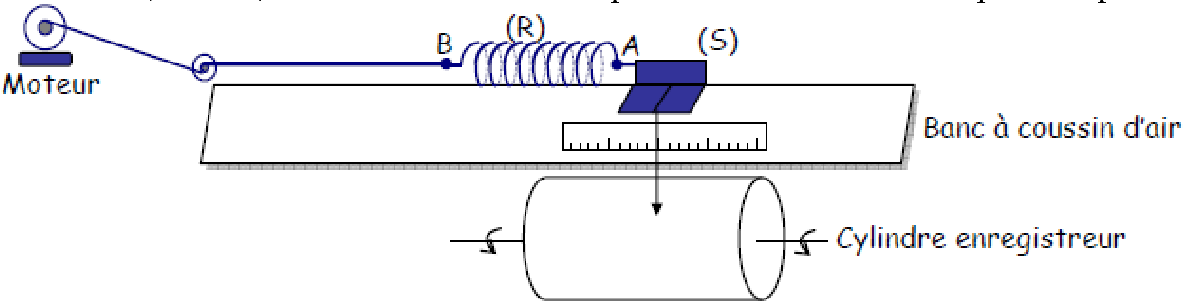
b) Etablir, à l'aide de l'analogie mécanique – électrique que l'on précisera, l'expression de l'amplitude Q_{max} des oscillations électriques forcées.

c)Tracer l'allure des variations de Q_{max} en fonction de la pulsation ω ; on notera, approximativement sur le tracé, la position de la fréquence ω_r correspondant à la résonance de charge par rapport à la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

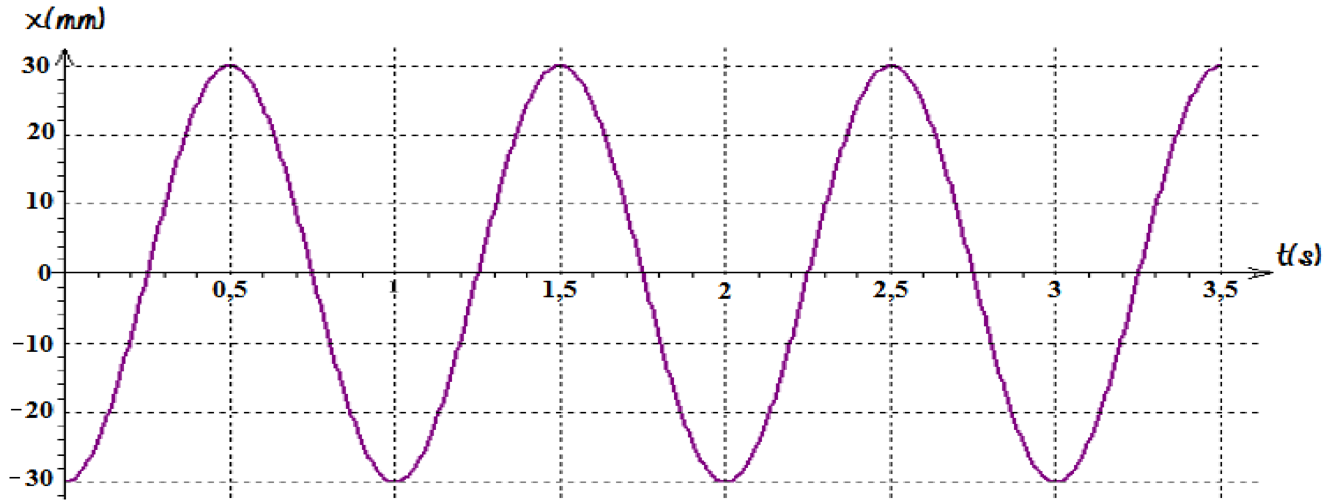
Exercice N° - 2 -

On utilise le dispositif schématisé ci-après.

Il est constitué d'un pendule élastique horizontal : solide**(S)** de masse **m=100g** et ressort **(R)** de constante de raideur $k=6,5 N.m^{-1}$, d'un moteur et d'un dispositif d'entraînement du pendule par le moteur.



1. En faisant tourner le moteur à la fréquence **Ne= 1Hz** $(=1tr.s^{-1})$, le solide **(S)** se met à osciller sur le bac de part et d'autre de sa position d'équilibre. Une fois le régime permanant est établi on réalise l'enregistrement ci-après.

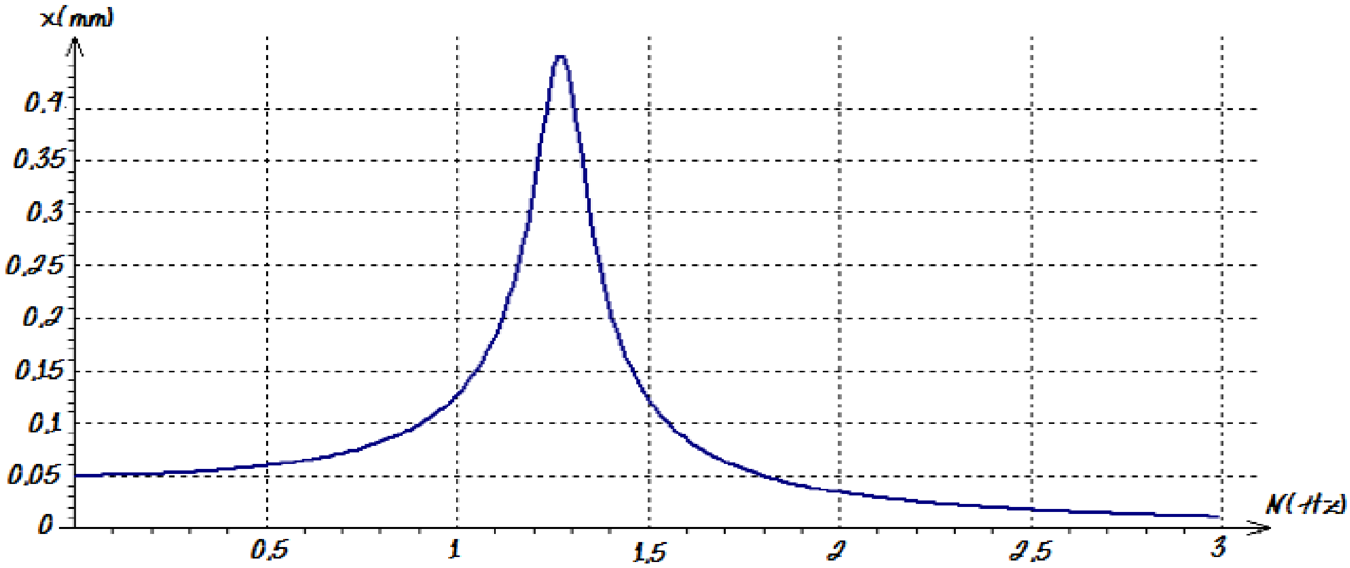


a- Donner l'expression de la fréquence propre N_0 de l'oscillateur en fonction de **k** et **m**. La calculer.

b- Déterminer graphiquement la fréquence N_1 des oscillations du pendule, la comparer à N_0 puis à **Ne**. En déduire si les oscillations sont libres ou forcées ?

c- Exprimer numériquement l'élongation **x** en fonction du temps.

2- On fait varier la fréquence **Ne** de rotation du moteur et on mesure à chaque fois l'amplitude X_m des oscillations du pendule; les résultats permettent de tracer la courbe X_m**=f(Ne)**.



a- Relever la valeur N_r de **Ne** pour laquelle X_m est maximale et la comparer à N_0.

b- Qu'appelle-t-on un tel phénomène ?

3- On choisit comme repère galiléen, le repère **(O,$\vec{i}$)** lié au laboratoire, $\vec{i}$ étant le vecteur unitaire de l'axe et **O** la position d'équilibre du centre d'inertie **G** de **(S)**.

a. Par application de la loi fondamentale de la dynamique, établir que les oscillations du pendule sont régies par l'équation différentielle suivante :

$$m\frac{d^2x}{dt} + h.\frac{dx}{dt} + k.x = F \text{ Avec } F = F_m.\sin(2\pi Net) = k.X_B.\sin(2\pi Net)$$

b. une telle équation admet comme solution particulière : $x(t) = X_m.\sin(2\pi N_e t + \varphi)$

→ Donner les vecteurs associés pour chaque terme de l'équation différentielle **(module et argument)**.

→ Faire la construction de Fresnel pour le cas **Ne = N_1**.

→ En déduire les expressions de X_m et **tg** (φ)

→ Calculer X_B.

c. On donne l'expression de la fréquence de résonance : $N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{h^2}{8\pi m^2}}$.

Déduire **h**.

4- Analogie mécanique-électrique :

a. Donner le schéma du circuit électrique équivalent au dispositif mécanique utilisé.

b. En utilisant l'analogie mécanique-électrique, établir l'expression de l'intensité maximale I_m du courant.